

Mecánica Cuántica

Práctica N° 4: Sistemas Cuánticos Simples - II

1. Ecuentre las energías y las autofunciones de los estados ligados de una partícula en un pozo de potencial simétrico:

$$V(x) = \begin{cases} -V_0, & \text{para } |x| < a \\ 0, & \text{para } |x| > a \end{cases}$$

con V_0 positivo.

2. Considere un pozo de potencial de paredes impenetrables ubicadas en $x = 0$ y $x = a$. Si en el instante inicial, $t = 0$, la probabilidad de que la energía del sistema sea E_1 o E_2 (siendo E_n la energía del autoestado $\phi_n(x)$ del potencial) es $1/2$ (para simplificar, pueden considerar que la función de onda es real), determine para todo instante de tiempo:
 - a) La función de onda que caracteriza al sistema
 - b) La densidad de probabilidad
 - c) El valor medio de la coordenada x
3. Considere el potencial definido por

$$V(x) = \begin{cases} V_0, & \text{para } 0 < x < a \\ 0, & \text{cuando } x < 0 \text{ ó } x > a \end{cases}$$

Calcule R y T para una partícula incidente de masa μ y energía E , en los siguientes casos:

- a) $0 < E < V_0$ (Efecto túnel).
 - b) $E > V_0$. En este caso, verifique que existen valores de la energía para los cuales $T = 1$ (Efecto Ramsauer).
4. Considere un pozo cuadrado infinito de ancho $2L$ con una partícula de masa m moviéndose en su interior ($-L < x < L$). La partícula se encuentra en el estado fundamental por lo que:

$$E_1 = \frac{\hbar^2 \pi^2}{8mL^2}, \quad \psi_1 = \frac{1}{\sqrt{L}} \cos \frac{\pi x}{2L}.$$

Suponga que en el instante $t = 0$ las paredes del pozo se mueven instantáneamente de manera que su ancho se duplica ($-2L < x < 2L$). Este cambio no afecta el estado de la partícula que es el mismo antes e inmediatamente después del cambio.

Escriba la función de onda de la partícula para $t > 0$. Calcule la probabilidad de encontrar a la partícula en un estado arbitrario del sistema modificado. ¿Cuál es la probabilidad de encontrar a la partícula en un estado impar?

5. Considere una partícula de masa m confinada a la región $0 < x < L$. Adicionalmente la partícula experimenta la acción de un potencial de la forma $a\delta(x - L/2)$. Obtenga la ecuación que determina las energías permitidas para el sistema. Analice casos límite del parámetro a .

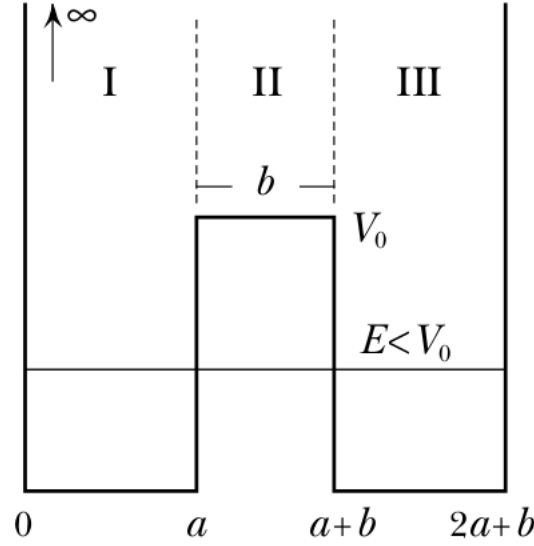


Figure 1: Gráfico correspondiente al ejercicio 7.

6. Considere una partícula de masa m en el siguiente potencial periodico:

$$V(x) = \frac{\hbar^2}{m} \Omega \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(x + na),$$

es decir una red de infinitas funciones delta de Dirac ubicadas en posiciones $x_{\delta}^{(n)} = na$ donde n es un entero. Obtenga el espectro de energías posibles. Analice casos límites para el parámetro Ω .

7. Estudie, para la situación en la que $E < V_0$, el problema de autovalores para el pozo presentado en la Figura 1. Analice de modo aproximado las energías en el caso en el que b es finito, pero $qb \gg 1$ donde $q = \sqrt{2m/\hbar^2(V_0 - E)}$. Estudie, además, el caso en el que $b \rightarrow \infty$.