

Mecánica Cuántica - Curso 2024

Práctica N^o 3: Sistemas Cuánticos Simples - I

1. Encuentre las soluciones de la ecuación de Schrödinger para un potencial de la forma
 - a) $V(x) = -a\delta(x)$
 - b) $V(x) = +a\delta(x)$

con $a > 0$. Muestre que en la parte a) existe un único estado ligado. Para una partícula incidente de masa μ y energía E , calcule el coeficiente de transmisión (T) y el de reflexión (R) ¿Qué pasa con R y T en el caso en que la energía es mayor que cero en el caso b)?

2. Encuentre las autofunciones y el espectro de energías para un pozo infinito de potencial:

$$V(x) = \begin{cases} 0, & \text{para } |x| < a \\ \infty, & \text{para } |x| > a \end{cases}$$

Considere una pelota de 1 gramo confinada a moverse en una región de ancho 1 centímetro. Determine en número cuántico si tiene una energía de 1 miliJoule. Además, calcule la energía necesaria para promover a la pelota al siguiente estado de energía. Discuta.

Calcule la probabilidad de encontrar a la partícula en el intervalo $-a/L < x < a/L$ y discuta el límite para grandes números cuánticos.

3. Muestre que, si la energía potencial $V(\vec{r})$ puede escribirse como suma de funciones de una sola coordenada cartesiana, $V(\vec{r}) = V_1(x_1) + V_2(x_2) + V_3(x_3)$, la ecuación de Schrödinger independiente del tiempo puede descomponerse en un sistema de ecuaciones unidimensionales:

$$\frac{d^2\psi_i(x_i)}{dx_i^2} + \frac{2\mu}{\hbar^2}[E_i - V_{x_i}]\psi_i(x_i) = 0, \quad i = 1, 2, 3$$

con $\psi(\vec{r}) = \psi_1(x_1)\psi_2(x_2)\psi_3(x_3)$, y $E = E_1 + E_2 + E_3$

4. Una partícula se mueve libremente dentro de una caja cuyos lados tienen longitudes a , b y c , con paredes impenetrables. Encuentre las autofunciones y los valores posibles de la energía. Comente sobre la eventual degeneración de las autofunciones.
5. Considere una partícula moviéndose bajo la influencia del siguiente potencial:

$$V(x) = \begin{cases} -V_0\delta(x), & \text{para } x > -d \\ \infty, & \text{para } x < -d \end{cases}$$

Obtenga la ecuación trascendente que define los estados de energía ligados y determine la condición (entre V_0 y d) que garantiza su existencia.

6. Encuentre las energías de los estados ligados de una partícula en el pozo de potencial dado por

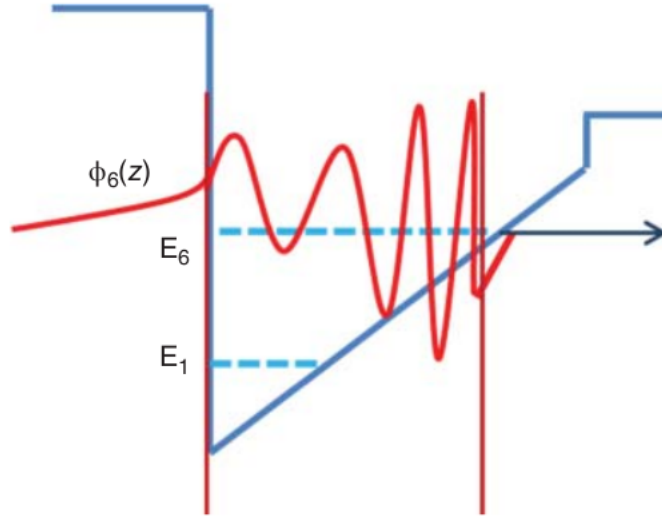


Figure 1: Gráfico correspondiente al ejercicio 8.

$$V(x) = \begin{cases} \infty, & \text{para } x < 0 \\ -V_0, & \text{para } 0 < x < a \\ 0, & \text{para } x > a \end{cases}$$

7. Un sistema se encuentra a $t = 0$ en un estado que es superposición de las dos autofunciones del Hamiltoniano que lo caracteriza. Se sabe que la probabilidad de encontrarlo en el estado de energía E_1 es 3 veces mayor que la de encontrarlo en el de energía E_2 . Escriba la función de onda más general posible para el estado inicial que sea consistente con los datos anteriores. Luego determine su evolución temporal.
8. Considere el potencial unidimensional presentado en celeste en la Figura. En rojo se presenta $\phi_6(z)$, la autofunción asociada al quinto estado excitado del sistema que alguien obtuvo. El eje de las abscisas está indicado con color azul. Explique porque el resultado no puede ser correcto ni siquiera cualitativamente hablando. Ecuentre la mayor cantidad de errores conceptuales que pueda.